

一种新的解决组合优化问题的自适应 柯西进化规划 ACEP

万寿红, 梁 肖, 岳丽华, 熊 焰

(中国科学技术大学计算机科学技术学院, 安徽合肥 230027)

摘 要: 本文在快速进化规划基础上, 提出了一种解决组合优化问题的自适应柯西进化规划 ACEP. 该算法融合了柯西变异的优点, 通过调整参量 r 来适当的改变搜索的步长, 相对于经典进化规划 CEP 和快速进化规划 FEP 只需一半的种群数量便可快速到达问题的最优解, 最后 0/1 背包问题的对比实验结果表明了其优越性.

关键词: 自适应柯西进化规划; 快速进化规划; 背包问题

中图分类号: TP18 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2011) 02-0375-03

A Novel Self-Adaptive Cauchy Evolutionary Programming for Combinatorial Optimization

WAN Shou-hong, LIANG Xiao, YUE Li-hua, XIONG Yan

(Department of Computer Science and Technology, University of Science and Technology of China, Hefei, Anhui 230027, China)

Abstract: Based on fast evolutionary programming, a novel self-adaptive Cauchy evolutionary programming ACEP to solve the combinatorial optimization problem is proposed. It adopts advantages of Cauchy mutation and alters the search steps in time by adjusting the parameter. Compared with classic evolutionary programming and fast evolutionary programming, it only needs a half population size can be achieved the optimal solutions. The empirical experiments on 0/1 knapsack problem are carried out, the results have supported the superiority of Self-adaptive Cauchy evolutionary programming.

Key words: self-adaptive Cauchy evolutionary programming; fast evolutionary programming; knapsack problem

1 引言

进化算法 (evolutionary algorithms, EAs) 是一种基于自然生物进化规则的随机搜索和优化的方法^[1]. 与传统的优化算法相比在计算和计算策略上, EAs 具有较好的全局性和鲁棒性, 主要包括种群个体的生成、选择、变异, 个体间的交叉以及个体的适应度计算等. 因此, 被广泛的用来解决各种函数优化、组合优化、人工神经网络学习等问题^[2,3]. 经过多年的发展 EAs 主要分为三个分支: 遗传算法, 进化规划 (evolutionary programming) 及进化策略.

经典进化规划 CEP 最早由 L. J. Fogel 提出, H-P Schwefel^[4]等做了大量工作, 相比于遗传算法其更重视进化本身的发展, 因而它具有描述简单、使用灵活、运行效率高、鲁棒性强、较少受初始条件限制等优点. 经典进化规划 CEP 采用高斯变异操作, 由于标准高斯分布期望为 0, 方差为 1, 其搜索的步长较短适用于局部搜索,

但当搜索点位于局部最优值附近时容易陷入问题的局部最优解.

Yao Xin, Yong Liu^[5,6]等人提出的快速进化规划 (fast evolutionary programming, FEP) 采用了柯西变异操作, 搜索的步长增大, 能够快速到达问题的全局最优解, 但在进化的后期由于步长关系其收敛速度明显放慢. Rudolph^[7]从理论上分别证明了对于使用高斯变异算子和柯西变异算子的进化规划, 对应于最大化问题在步长满足一定条件的前提下, 算法是收敛的且与初始种群无关.

本文在快速进化规划基础上, 提出了一种解决组合优化问题的改进型进化规划—自适应柯西进化规划 ACEP, 它融合了柯西变异的优点, 依据目前搜索点和全局最优点位置来自适应的调整柯西变异操作的参量 r , 相对于 FEP 和 CEP 只需一半的种群数量便可快速到达问题的最优解. 通过对 0/1 背包问题的对比实验, 证明了自适应柯西进化规划 ACEP 要比经典进化规划以及 FEP 更为优越.

2 自适应柯西进化规划 ACEP

2.1 算法描述

(1) $T=0$, 初始含 u 个个体的种群, 个体由一对 m 维的向量 $(x_i \ \theta_i)$ 组成, $i \in [1, u]$. 其中 x_i 是待优化的变量, θ_i 是标准柯西变异.

(2) 观测 x_i 得到 $U(x_i)$ 并修复, 计算种群中个体的适应度 $F(U(x_i))$ 并将最大的适应度的值存入 Best 中.

(3) $T = T + 1$

If ($T \bmod K = 0$) do

每个父体 θ_i 生成一个后代 $\theta'_i(j) = \theta_i(j) \exp(\tau' N(0, 1) + \tau N_f(0, 1))$. 其中 $\theta_i(j)$ 和 $\theta'_i(j)$ 是向量 θ_i 的第 j 位, 因子 τ' 和 τ 通常设为 $(\sqrt{2m})^{-1}$ 和 $(\sqrt{2\sqrt{m}})^{-1}$, $N(0, 1)$ 是标准高斯分布.

每个父体 x_i 生成三个后代

$$\begin{cases} x_i^r(j) = x_i(j) + \theta_i(j) \delta_j^r \\ x_i^a(j) = x_i(j) + \theta_i(j) \delta_j^a \\ x_i^b(j) = x_i(j) + \theta_i(j) \delta_j^b \end{cases}$$

其中 $\begin{cases} \alpha = r * c \\ \beta = r / c \end{cases}$, δ_j 是柯西分布. 故 $x_i' = \text{best} \{x_i^r(j), x_i^a(j), x_i^b(j)\}$, 参量 r 是对应于当前的 x_i' .

Else

每个父体 $(x_i \ \theta_i)$ 生成单个后代 $x_i'(j) = x_i(j) + \theta_i(j) \delta_j^r$, $\theta'_i(j) = \theta_i(j) \exp(\tau' N(0, 1) + \tau N_f(0, 1))$.

(4) 观测 x_i 得到 $U(x_i)$ 并修复.

(5) 计算每个后代个体 $(x'_i \ \theta'_i)$ 的适应度并找出其最优值 $F(U(x'_i))$, 如果它比 Best 好, 则取代之, 否则保持 Best 值不变.

(6) 从父种群和子种群中随机平等的取出 q 个个体, 剩下的个体与这 q 个个体依次比较, 如果其适应度的值较对比者优秀, 则赢得一次“win”.

(7) 从 $2u$ 的父种群和子种群个体中选出 u 个“win”最多的个体作为新的父种群.

(8) 如果 T 为最大代数, End; 否则, 返回(3).

在背包问题中最大适应度为 $F(U(x_i)) = \sum_{i=1}^m p_i *$

$U(x_i)$, 最大容量 $\sum_{i=1}^m w_i * U(x_i) \leq C$, 由于物体只有取到和未取到, 故在第 2 步中对 x_i 的 m 位依次观测如下: 生成一个随机数与 x_{ij} 比较, 若比 x_{ij} 小, 则 $U(x_{ij})$ 为 1, 反之置为 0. 观测后检验已装进背包的物体总重量是否超过背包容量, 如超出容量, 则选定 K 个 $U(x_{ij})$ 置为 0, 直至满足背包容量.

2.2 柯西变异参量 r 分析

一维柯西概率密度函数为: $f_r(x) = \frac{r}{\pi(r^2 + x^2)}$, $x \in$

实数, r 为可变参量. 设 x 为当前搜索点位置, x_b 为全局最优点的位置, 两点间的距离为 ϵ , 则其概率密度为:

$$p_r(|x - x_b| \leq \epsilon) = \int_{x_b - \epsilon}^{x_b + \epsilon} f_r(x) dx = \frac{1}{\pi} \left(\arctan \frac{x_b + \epsilon}{r} - \arctan \frac{x_b - \epsilon}{r} \right) \quad (1)$$

下面分析参量 r 对搜索步长的影响, 对式(1)的 r 求偏导数得:

$$\frac{\partial}{\partial r} p_r(|x - x_b| \leq \epsilon) = \frac{1}{\pi} \left[\frac{-(x_b + \epsilon)}{r^2 + (x_b + \epsilon)^2} + \frac{(x_b - \epsilon)}{r^2 + (x_b - \epsilon)^2} \right] = \frac{2\epsilon(x_b^2 - r^2 - \epsilon^2)}{\pi(r^2 + (x_b + \epsilon)^2)(r^2 + (x_b - \epsilon)^2)}$$

当此式大于 0 时即 $r < \sqrt{x_b^2 - \epsilon^2}$, 当前的搜索位置 x 接近最优位置 x_b , 因此参量 r 越小相应的步长越小函数在局部搜索能力增强, 便有更高的概率到达问题的最优值; 相反的当 $r > \sqrt{x_b^2 - \epsilon^2}$ 时, 当前位置 x 远离最优位置 x_b , 此时步长需增大即参量 r 值增大, 便可快速到达最优解.

3 实验分析

我们做如下对比实验来充分比较 ACEP 较之经典进化规划 CEP, 快速进化规划 FEP 的优越性. 实验中 CEP 和 FEP 的种群个数为 40, q 值为 10, 而 ACEP 的种群数为 20, q 值为 10, 各算法分别运行 30 次, 每次种群演化 300 代, 最后统计其平均值.

在图 1 中, 我们比较了经典进化规划 CEP 和算法 ACEP, 从图中可以看出在进化开始阶段两种算法收敛速度很接近, 由于 CEP 使用高斯变异, 搜索步长较短, 容易陷入问题的局部最优解, 故其大约在第 62 代便过早收敛到 3024, 而 ACEP 则继续进化在第 93 代收敛到最优值 3078. 算法 ACEP 运行平均需要 2324.9 毫秒, 远小于 CEP 所需的时间, 因此 ACEP 在收敛最优值结果和时间上均比经典进化规划有很大的提高.

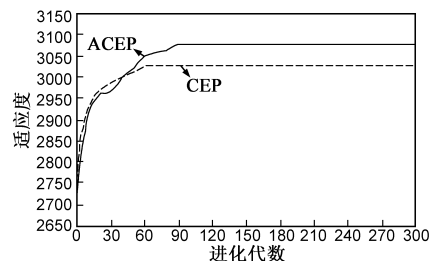


图1 经典进化规划 CEP 和 ACEP 比较

算法 FEP 中参量 r 的值为 1, 而 ACEP 中参量 r 初始值为 1 并在演化过程中进行自适应调整. 从图 2 我们可以看出, 在背包问题中算法 FEP 的最初收敛速度很快, 但到了后期其速度明显的放慢, 在第 122 代收敛到最优解 3076, 而运行时间算法 FEP 为 4396.2 毫秒, 远大

于 ACEP 所需时间. 尽管两算法最优值很相近, 但 ACEP 的种群数只有 FEP 的一半, 随着背包问题求解规模的扩大, 两算法间的收敛速度以及时间差距会更大, 因此自适应进化规划 ACEP 比 FEP 更为优越.

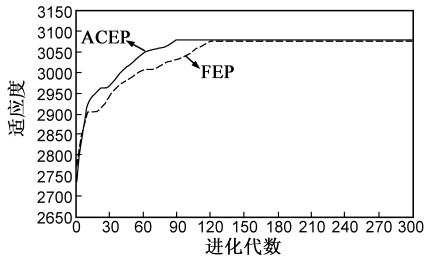


图2 算法FEP和ACEP的比较

4 结论

本文提出一种新的进化规划方法: 带有自适应柯西变异的进化规划 ACEP, 它结合了柯西变异的优点, 在全局搜索过程中根据当前搜索点位置和最优点位置间关系, 适当调整柯西变异参量 r 来改变搜索步长, 从而快速到达问题的最优解. 通过 0/1 背包实验结果表明了自适应柯西进化规划的优越性.

参考文献:

- [1] Xin Yao. Global optimisation by evolutionary algorithms[A]. Proceedings of Second Aizu International Symposium on Parallel Algorithms/Architecture Synthesis[C]. USA: IEEE Press, 1997. 282 - 291.
- [2] Friedrich T, Jun He, Hebbinghaus N. On improving approximate solutions by evolutionary algorithms[A]. Proceedings of the 2007 IEEE Congress on Evolutionary Computation[C]. USA: IEEE Press, 2007. 2614 - 2621.
- [3] Folly K A, Venayagamoorthy G K. Effects of learning rate on the performance of the population based incremental learning algorithm[A]. Proceedings of the 2009 International Joint Conference on Neural Networks[C]. USA, Atlanta, 2009. 861 - 868.

- [4] H-P Schwefel. Evolution and Optimum Seeking[M]. New York: Wiley, 1995.
- [5] Xin Yao, Yong Liu, Guangming Lin. Evolutionary programming made faster[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1999, 3(2): 82 - 102.
- [6] Yong Liu, Xin Yao. How to control search step size in fast evolutionary programming[A]. Proceedings of the 2002 IEEE Congress on Evolutionary Computation[C]. USA: IEEE Press, 2002. 652 - 656.
- [7] Rudolph G. Local convergence rates of simple evolutionary algorithms with cauchy mutations[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1997, 1(4): 249 - 258.

作者简介:



万寿红 女, 1971 年出生于安徽芜湖, 硕士, 讲师, 主要研究方向为计算机视觉、遥感图像处理、模式识别.

E-mail: wansh@ustc.edu.cn



梁肖 男, 1984 年 10 月出生于江苏扬州, 在读博士生, 研究方向为进化算法和量子计算.

E-mail: xiao1984@mail.ustc.edu.cn

岳丽华 女, 1952 年生, 教授、博士生导师, 研究方向为数据库系统及其应用、信息集成和遥感图像处理.

熊焰 男, 1960 年出生于安徽合肥, 留美博士后、教授、博士生导师, 研究方向为分布式处理、移动计算、移动通信、计算机网络以及信息安全.